INTRODUZIONE

Il seguente elaborato ha come scopo l'analisi del teorema di Bayes all'interno della più recente giurisprudenza sui reati informatici. Il teorema di Bayes, che è stato sviluppato dal matematico Thomas Bayes nel XVIII secolo, è contenuto nell'opera "An *essay towards solving a problem in the doctrine of chance*", saggio dello stesso Bayes che non fu mai pubblicato prima della sua morte, ma che ci è pervenuto a seguito della sua pubblicazione nel 1763 ad opera dell'amico Price. La formula bayesiana riguarda lo sviluppo delle probabilità: conoscendo la probabilità a priori di un dato evento *E* e il rapporto di verosimiglianza, è possibile calcolare le probabilità a posteriori dell'evento E prima che si realizzi. Ma come si colloca il teorema di Bayes in relazione al diritto, in particolare al ragionamento giuridico? E come si rapporta al diritto penale, in particolare a quella branca che riguarda i reati informatici? Per rispondere a tali quesiti l'elaborato si svilupperà in quattro capitoli. Il primo capitolo dell'elaborato tratterà della logica e del calcolo delle probabilità. Nel dettaglio, saranno trattate nozioni basilari della logica e alcuni schemi logici, nonché l'origine e lo sviluppo del calcolo delle probabilità. Si comprenderà come il calcolo delle probabilità, pur essendo un calcolo matematico, rientra all'interno di quella branca della logica che è definita induttiva: un ragionamento logico su condizioni di incertezza. Scopriremo dunque che il ragionamento sull'incertezza è un ragionamento che assume notevole rilevanza poiché spesso, magari inconsapevolmente, ci troviamo a ragionare su questioni incerte: dire ad esempio che "il cellulare non si accende, quindi o la batteria è scarica o il cellulare è rotto" è un tipo di ragionamento induttivo, seppur semplicistico. Nel contesto, saremo in grado di dettare dei gradi di probabilità solo in presenza di altri elementi di giudizio grazie ai quali saremo in grado di dire "perché il cellulare non si accende": ad esempio saremo in grado dire che la causa è la batteria scarica se poco prima che si spegnesse abbiamo notato che la carica residua era bassa ovvero potremo dire che il cellulare si è rotto poiché, prima che si spegnesse, è caduto in una pozzanghera. Il primo capitolo si dedicherà inoltre a evidenziare come il ragionamento induttivo sia entrato a far parte del ragionamento giuridico nella valutazione delle prove all'interno del processo e a tal guisa si tratterà il "problema del cardinale Newman". Infine si porrà attenzione al ragionamento giuridico nell'ordinamento italiano, in particolare attraverso il cambio di prospettiva adottato con la sentenza Franzese. All'interno del secondo capitolo si tratterà invece il teorema di Bayes: il suo sviluppo, le sue condizioni e i calcoli da eseguire per giungere alla probabilità a posteriori di un dato evento in condizioni di equiprobabilità. Il capitolo sarà poi completato dalle critiche dei matematici del XIX e XX secolo al teorema, con particolare attenzione alle critiche avanzate da Boole, Venn e Fisher. Si proporrà quindi un confronto, già eseguito da Maria Grazia Sandrini, tra le inferenze induttive in Bayes e in Fisher, colui che ha avanzato le critiche più solide al teorema. Ma se l'elaborato per un verso mira a comprendere l'applicazione del teorema di Bayes, per altro verso lo scopo è comprendere come vada applicato all'interno del ragionamento giuridico riguardante i reati informatici. Per tale motivo, il terzo capitolo sarà interamente dedicato a delineare le origini, gli sviluppi e le peculiarità dei reati informatici. Si analizzerà a tal guisa la disciplina contenuta nella 23 dicembre 1993, n. 547, la prima legge italiana unificata in tema. Si distingueranno quindi i reati informatici in reati informatici propri e impropri: i primi sono quei reati che vengono compiuti a danno di sistemi informatici o telematici (si pensi all'accesso abusivo a un sistema informatico o telematico, ex art. 615 ter c.p.), i secondi invece sono quei reati già tipizzati, come i reati di diffamazione, di frode, di stalking, ma che vengono realizzati tramite sistemi informatici o telematici. Saranno dunque analizzati alcuni tipi di reati informatici. Infine, per porre in relazione la logica induttiva, il calcolo delle probabilità, il teorema di Bayes e i reati informatici, sarà analizzato uno dei tratti peculiari dei computer crimes che appartiene al processo: la prova. La prova informatica è uno dei tratti sicuramente distintivi dei reati informatici, questo perché si parla una prova informatica e pertanto digitale. Si parla anche di digital forensics, una parte della scienza che si occupa dell'individuazione, acquisizione, preservazione, analisi e interpretazione del dato digitale al fine di evidenziare l'esistenza di indizi o fonti di prova nello svolgimento dell'attività investigativa e peritale. Benché nell'ordinamento italiano non sia stato istituito un vero e proprio protocollo per l'acquisizione, in fase di indagini preliminari, delle prove digitali, il rischio è quello di dispersione di prove o parte di esse, che possano in qualche modo essere importanti, se non decisive, in dibattimento. Con lo scopo di evitare tale dispersione si è mosso il legislatore con la l. 18 marzo 2008, n. 48, la quale tuttavia non istituisce un protocollo da adottare in fase di indagini preliminari per l'acquisizione della prova digitale, ma sicuramente fornisce un valido apporto per evitare la dispersione di materiale rilevante per il processo. In conclusione si procederà con il quarto capitolo dell'elaborato, che si occuperà dell'applicazione del teorema di Bayes nel processo penale e nella digital forensics. A tal riguardo, si procederà innanzitutto col comprendere il linguaggio da adottare all'interno del processo sia per ciò che concerne la logica che il calcolo delle probabilità: concetti come popolazione rilevante e probabilità a priori, rapporto di verosimiglianza e probabilità a posteriori sono non solo da comprendere ma da analizzare per il calcolo delle probabilità nel processo. Si procederà dunque con l'analisi di una recente sentenza del G.I.P. del Tribunale di Milano, che applica in modo chiaro il teorema di Bayes senza tuttavia utilizzare il calcolo matematico. Confrontando tale sentenza, ci addentreremo nelle problematiche rilevate da Jordi Ferrer Beltrán circa il teorema di Bayes nell'ambito di valutazione delle prove. Si procederà quindi al tentativo di applicazione del teorema di Bayes nella digital forensics analizzando e cambiando alcune premesse all'interno di una recentissima sentenza del Tribunale di Santa Maria Capua Vetere, mostrando quindi la complessità nell'applicare il teorema. Si concluderà con le critiche mosse alla formula bayesiana da numerose dottrine e il tentativo della corrente nota come neobayesianesimo di sopperire alle lacune del teorema in ambito giuridico. La premessa è qui d'obbligo: lo scopo dell'elaborato non è la dimostrazione dell'applicabilità o dell'inapplicabilità del teorema nel ragionamento giuridico, ma un'accorta analisi sul calcolo probabilistico nell'ambito giuridico e come il teorema di Bayes possa essere applicato, posto che l'applicabilità del teorema è alquanto complessa soprattutto in ambito giuridico e che pochi sono i casi, specialmente nell'ambito dei Paesi di civil law, di applicazione del teorema in una sentenza. La complessità di fondo del teorema ed alcune sue incompatibilità con i principi di diritto, in particolare nell'ambito penale, nonché l'astio degli operatori del diritto a muoversi in un terreno particolarmente insidioso come quello matematico, hanno spesso paralizzato lo sviluppo di dottrine volte a determinare un metodo univoco di applicazione della formula bayesiana all'interno della valutazione degli elementi di prova in un giudizio, nonché lo studio di nuove forme di applicazione del teorema nel rispetto dei principi giuridici già accennati.

CAPITOLO I

Nozioni di logica e di calcolo delle probabilità

SOMMARIO: 1. La logica – 2. Origini del calcolo delle probabilità – 3. Definizione e sviluppo del calcolo delle probabilità – 4. Il teorema di Bernoulli – 5. La probabilità nel ragionamento giuridico tra deduzione e induzione: il "*Problema del cardinale Newman*" – 6. Il cambio di prospettiva italiano: la sentenza Franzese.

1. La logica

La logica è la teoria del ragionamento, cioè di quel procedimento mentale attraverso cui si adducono ragioni a sostegno di una tesi.

All'interno di un ragionamento siamo soliti distinguere delle proposizioni che definiamo:

- *premesse* o *ragioni*, cioè proposizioni a sostegno della tesi;
- *tesi*, la proposizione conclusiva del ragionamento;
- *nesso di consequenzialità*, che configurandosi per lo più in una o poche parole (ad esempio *dunque*, *quindi*, *per questo*,…) rappresenta la relazione che si presume tra premessa e tesi.

La logica inoltre è onnipresente. È presente nella vita di tutti i giorni così come è presente in un qualsiasi campo di studi. Spesso la si confonde con l'esperienza. Se ad esempio pensiamo ad una casalinga che sta preparando un piatto di pasta, la casalinga in questione sa che, una volta giunta alla temperatura di ebollizione, va calata la pasta per la cottura: è un gesto banale e automatico dettato dall'esperienza, ma osservandolo è un semplice ragionamento logico. Non avrebbe senso infatti calare la pasta prima che l'acqua abbia raggiunto la giusta temperatura, dato che la pasta non cuocerebbe. Nei campi di studi è prevalente soprattutto nella matematica, nella fisica, nella chimica, in tutti i campi scientifici insomma. Ma la logica è sicuramente presente anche in tutti i campi di studio in generale: è presente nel diritto, è presente nella filosofia, è presente nella storia, è presente nella letteratura. Potremmo affermare senza ombra di dubbio che la logica è in tutto ciò che ci circonda.

Occorre distinguere tuttavia due tipi di logica. Si parla di logica *deduttiva* riferendosi alla logica aristotelica, a quella logica definita da Aristotele stesso come la perfetta forma di ragionamento. Nella logica deduttiva si dice che la conclusione deriva necessariamente dalle premesse, o meglio, dalla verità delle premesse ne discende necessariamente la verità della conclusione. Se ad esempio si afferma: “Sta piovendo perciò dopo la strada sarà bagnata” è evidente che dalla premessa ne derivi necessariamente la conclusione. La logica deduttiva ha tuttavia un limite: non permette un ragionamento su cose a noi sconosciute. È inoltre conosciuta come la logica che da un caso universale, da una popolazione considerata, conduce al caso specifico, a un determinato campione. Si parla invece di logica *induttiva* riferendosi invece ad un ragionamento che non ha un valore assoluto. Nella logica induttiva le premesse possono costituire basi più o meno solide per la conclusione, ma non ne garantiscono la verità. Un esempio può aiutare a capire: “Il telecomando della televisione non funziona, dunque probabilmente le pile sono scariche”. È chiaro che dalla verità della premessa “il telecomando non funziona” non deriva necessariamente la conclusione “le pile sono scariche”, ma costituisce una mera possibilità (altra possibilità potrebbe derivare dal fatto che sia rotto). La logica induttiva può rappresentare sicuramente il complementare della logica deduttiva, permettendoci di ragionare anche sulla base di elementi sconosciuti; tuttavia il suo limite è rappresentato dalla mancanza di certezza che le conclusioni induttive forniscono. In sostanza si può argomentare che il ragionamento induttivo è, per sua natura, un ragionamento sull’incertezza: a tal riguardo è famoso il “problema dell’induzione” di Hume[1]. È inoltre conosciuta come la logica che dal caso specifico, da un campione, conduce al caso generale, alla popolazione.

---

[1] Dire ad esempio che “tutti i corvi sono neri” implica sul piano empirico un’inferenza dal numero di corvi osservati a tutti i corvi passati, presenti e futuri. Il problema risiede nell’impossibilità di osservarli tutti per cui rimane sempre un certo grado di incertezza.

Nella logica, la struttura degli argomenti è grossomodo sempre identica: premesse, nesso di consequenzialità e tesi sono sempre e comunque presenti; si parla in questi casi anche di argomenti *semplici*. Si tratta tuttavia di casi elementari, che raramente si presentano in questa forma. Le strutture che ci troviamo ad affrontare solitamente sono strutture *composte*, in cui più proposizioni vengono usate in vario modo. Si parla anche di contesti argomentativi.

Sebbene la struttura degli argomenti sia sicuramente un aspetto importante, è evidente che un argomento strutturalmente valido non implica che sia un argomento fondato. Siamo all'interno dell'ambito di valutazione della struttura dell'argomento che necessita di un'attenta analisi. La valutazione dell'argomento, del ragionamento, risiede nell'analisi della sua veridicità. Ma l'analisi non può prescindere dalla distinzione dell'argomento in deduttivo o induttivo.

Nell'ambito della logica deduttiva abbiamo notato come dalla verità delle premesse ne discende la verità della conclusione. Le premesse possono qui essere solo vere o false, non essendovi spazio per la probabilità. Definiamo qui le *proposizioni fonti di certezza assoluta* che sono proposizioni assolutamente certe, al 100%, e rimangono certe qualunque ulteriore informazione possiamo ricevere. Aggiungendo dunque nuove premesse, la veridicità della conclusione non può essere intaccata. Tali proposizioni sono spesso usate nell'ambito matematico-scientifico, come assiomi[2], per la dimostrazione di vari teoremi.

Nell'ambito della logica induttiva invece, dalla verità delle premesse non discende necessariamente la verità delle conclusioni. Qui il valore degli argomenti è solo percentuale, mai assoluto, e aggiungendo e eliminando delle premesse il valore della conclusione può variare.

È possibile ora analizzare alcuni esempi di schemi logici deduttivi essenziali all'interno del contesto logico.

[2] Un esempio può essere dato dal I postulato di Euclide, per il quale "tra due punti qualsiasi è possibile tracciare una e una sola retta"

All’interno dei vari schemi deduttivi occorre innanzitutto soffermarsi sulla *regola della costitutività*, argomento esclusivo della logica giuridica, attraverso il quale da proposizioni che riguardano le norme si passa a proposizioni riguardanti invece i fatti giuridici. Un esempio può esserci offerto da una qualsiasi norma. Prendiamo in considerazione l’art. 575 c.p. La norma prevede che “chiunque cagiona la morte di un uomo è punito con la reclusione non inferiore ad anni ventuno”. La regola della costitutività non prevede altro se non l’applicazione della norma, per cui chiunque abbia cagionato la morte di un uomo sarà punito con una pena non inferiore a ventuno anni di reclusione.

Un altro esempio di schema deduttivo è il *sillogismo applicativo*, cioè l’argomento con cui si applica la legge universale ad un caso specifico. Riprendendo l’esempio dell’art. 575 c.p. , se Tizio uccide Caio, allora sarà punito con la reclusione non inferiore ad anni ventuno.

Possiamo ancora distinguere tra gli argomenti deduttivi il *modus ponens*. Esso è l’argomento con cui, posto che un elemento A condiziona un elemento B, se si verifica A allora si verificherà anche B. Un esempio tipico è offerto dalla prescrizione.

Accanto al *modus ponens* va senz’altro citato il *modus tollens*, per il quale, posto che un elemento A condiziona un elemento B, se A non si verifica allora non si verificherà neanche B.

Tra i più importanti schemi deduttivi vanno annoverati il *ragionamento per esclusione*, o *sillogismo disgiuntivo*, e il *ragionamento per assurdo*.

Il primo prevede una struttura alternativa tra più elementi: escludendo una o più alternative, si concluderà per l’unica ipotesi rimasta. Ad esempio: “L’azienda di famiglia o è una S.p.A. o una s.r.l. ; non è una S.p.A. , dunque è una s.r.l.”.

Il ragionamento per assurdo è “il ragionamento per il quale, con lo scopo di dimostrare che da certe premesse derivi necessariamente una determinata conclusione, si argomenta che se assumiamo quelle premesse ma rifiutiamo la data conclusione ci si contraddice"[3]. È un ragionamento spesso usato nelle dimostrazioni matematiche.

Abbiamo già definito l'induzione come il ragionamento sull'incertezza. Questo è utile per comprendere come qualsiasi ragionamento induttivo non fornirà mai una conclusione certa al 100%, ma solo all'*n* %, diversamente da quanto accade nella logica deduttiva. Questa incertezza di fondo, per quanto risulti problematica, risulta particolarmente rilevante nel calcolo delle probabilità, permettendoci spesso di analizzare dati basandoci solo sulla percentuale possibilità che essi avvengano.

Tra gli schemi induttivi va sicuramente menzionata la *generalizzazione universale induttiva*, che prevede la possibilità di ricavare una legge universale dall'osservazione di solo alcuni casi particolari. Esso risulta anche essere l'esempio per eccellenza che individua la natura del ragionamento induttivo come incerto. Quante osservazioni saranno necessarie per ricavare una legge universale? La discrezione qui è posta nelle mani dello sperimentatore ma pare evidente che alla domanda non vi sia una risposta univoca. Se ad esempio vogliamo sperimentare che un dato cane abbaia sempre alla stessa automobile, quante osservazioni saranno necessarie per ricavare che effettivamente il cane abbaia tutte le volte contro la stessa auto?

Accanto alla generalizzazione universale è posta la *generalizzazione statistica*, la quale prevede che se da una data popolazione si osserva che l'n % degli elementi A osservati ha la caratteristica B, allora l'n % di tutti gli A ha la caratteristica B.

Discende direttamente dalla generalizzazione statistica il *sillogismo statistico*, che prevede che se l'*n* % degli A osservati ha la caratteristica B, se un elemento *x* è A, allora con una probabilità dell'*n* % avrà la caratteristica B.

In ultima analisi, occorre citare l'*argomento per abduzione*. Se è previsto che all'evento A segua B, una volta accerta B se ne desume che probabilmente c'è stato il fatto A. L'argomento è qui rilevante perché è spesso usato nel campo delle

[3] G. Carcaterra, *Presupposti e strumenti della scienza giuridica*, Giappichelli editore, Torino, p. 161

prove giudiziarie (si pensi ad esempio all'alibi utilizzato dalla difesa a sostegno dell'imputato).

2. Origini del calcolo delle probabilità

Il calcolo delle probabilità ebbe origine verso la metà del XVII secolo con riguardo ai giochi d'azzardo, anche se già nel 1477 si registrano alcune notizie in un *Commentario alla Divina Commedia*. Benché anche Galileo Galilei si dilettò nella stesura delle *Considerazioni sopra il giuoco dei dadi*, di data incerta, non v'è dubbio che l'origine del calcolo delle probabilità si è soliti farlo risalire a certe questioni di scommessa poste in uno scambio epistolare dal Cavaliere de Mère a Pascal e da questi poi discusse con Fermat : tra le lettere rinvenute uno dei problemi affrontati dai tre era il "problema dei punti", in cui ci si domandava come avrebbero dovuto dividersi le poste due giocatori che, avendo scommesso e avendo bisogno di un certo numero di punti per la vittoria, si erano lasciati senza terminare il gioco ; ci si domandava cioè quale fosse la probabilità di ciascuno dei due, in un dato momento del gioco, di vincere la partita.

Il tema, soprattutto col riguardo al gioco dei dadi e di carte, fu affrontato da numerosi matematici e filosofi del 1600, tra cui va sicuramente ricordato anche Leibniz.

La prima opera sistematica sulla probabilità nei giochi di dadi può essere considerata l'opera di Huygens, *De ratiociniis in ludo Aleae*, forse del 1657, che Jacob Bernoulli pose come prima parte del suo famoso trattato, l'*Ars Conjectandi*, rimasto purtroppo incompiuto nella sua quarta parte a causa della sua dipartita.[4]

L'analisi e lo studio del calcolo delle probabilità iniziò ben presto ad essere esteso anche al di fuori del mero settore del gioco d'azzardo, inizialmente applicato nelle scienze matematiche e fisiche, entrando nel campo "morale", cioè un settore dell'attività umana non subordinato alle regole scientifiche in senso stretto. Jacob Bernoulli analizzerà il calcolo delle probabilità nel campo morale all'interno della

[4] M. G. Sandrini, *L'inferenza induttiva in Bayes e in Fisher*, Franco Angeli, 1987, p. 21,22

quarta parte dell' *Ars Conjectandi*. Nell'ambito giuridico, una prima applicazione del calcolo delle probabilità è effettuata da Craig nel 1699 circa valutazione sulla credibilità delle testimonianze. È evidente come lo studio del calcolo delle probabilità avesse ormai sconfinato l'area scientifica per entrare all'interno di situazioni di incertezza morale.

Fu però solo con il teorema di Bayes e dalla sua applicazione alle scienze fisiche e naturali compiute da Laplace che il calcolo delle probabilità entrò all'interno della metodologia induttiva della scienza.

3. Definizione e sviluppo del calcolo delle probabilità

L'ambito del gioco d'azzardo è sicuramente il campo in cui fermenta il calcolo delle probabilità. Concetti quali *aspettativa* (cioè la posta da pagare in un'equa scommessa) o anche *odds* (in italiano quote, cioè il rapporto di scommessa, proporzionale alla probabilità) vengono sviluppati già nella seconda metà del '600, nel periodo della nascita stessa dello studio.

I numerosi autori dell'epoca non si limitano soltanto a meri calcoli, ma provano anche a dare una definizione di probabilità la quale si presenta piuttosto unitaria, anche se difforme da autore a autore.

Tra i più grandi studiosi dell'epoca sicuramente v'è De Moivre, il quale da una definizione squisitamente matematica del concetto di probabilità, universalmente condivisa: "La probabilità di un evento è maggiore o minore a seconda del numero dei casi nei quali esso può accadere, rapportato al numero totale dei casi nei quali esso può accadere o non accadere"[5]. A De Moivre si aggiunge un altro dei più grandi dell'epoca, Jacob Bernoulli, il quale dà anche una definizione di tale rapporto matematico, affermando: "La probabilità è il grado di certezza, e da questa differisce come parte del tutto*"*[6]. Bernoulli non si ferma qui, evidenziando come la certezza di cui parla sia una certezza soggettiva: la certezza può infatti

[5] A. De Moivre, *The Doctrine of Chance*, 1ª ed. 1718, p. 1

[6] J. Bernoulli, *Ars Conjectandi*, Bruxelles 1968, parte IV, p. 211

essere sia oggettiva, o in sé, che soggettiva, con riferimento a noi. E mentre la certezza oggettiva non lascia alcun spazio ai dubbi, la certezza soggettiva viene in rilievo per il suo essere flessibile in virtù proprio della probabilità. In base a ciò Bernoulli distingue tra lo *scire* , o *intelligere*, che non è altro che una conoscenza piena, oggettiva e assoluta delle cose, e il *conjicere*, o *opinari*, cioè un congetturare pesando numeri e qualità degli argomenti pro e contro, ed è per questo che Bernoulli ritiene il calcolo delle probabilità l'arte del congetturare, del ragionare correttamente circa le probabilità.

Come è evidente, il calcolo probabilistico trascende in Bernoulli, ma anche in De Moivre, l'ambito esclusivamente matematico/scientifico e finisce con l'immettersi praticamente in qualsiasi cosa, in qualsiasi campo dell'uomo, di ciò che può essere considerato in base a una certezza soggettiva.

4. Il teorema di Bernoulli

L'analisi condotta da Bernoulli parte da un assunto semplice ma necessario : per calcolare le probabilità è necessario conoscere sia il numero dei casi a favore che quello totale perché una probabilità non è data che da questo rapporto ($p = \frac{casi\ a\ favore}{casi\ totali}$). È chiaro che in un campo come quello del gioco d'azzardo il calcolo è piuttosto semplice (ad esempio, sappiamo che nel tiro dei dadi abbiamo una probabilità di uno a sei che esca il numero su cui abbiamo puntato), mentre Bernoulli si interroga su questioni più complesse, come la possibilità di calcolare il numero di malattie che possono condurre alla morte un uomo. È chiaro che effettuare un calcolo del genere è impossibile perché varie e numerose sono le cause naturali che possono condurre alla morte un uomo e al pari tutto ciò che può riguardare il mondo diventa molto complesso da analizzare col calcolo delle probabilità. Bernoulli allora sposta la sua attenzione, non guarda più alle cause che concorrono nel determinare il fatto ma va ad analizzare il fatto stesso : "ciò che non è dato scoprire a priori, almeno sarà consentito investigare a posteriori, cioè dall'evento osservato più volte in esempi simili "[7].

Se ad esempio analizziamo trecento uomini della stessa età e complessione fisica di quella di Tizio e si osserva che duecento di essi muoiono nei 10 anni successivi, allora ne potremo derivare che vi è una probabilità di 2 a 1 che anche Tizio morirà nell'arco di 10 anni. È chiaro che un'analisi del genere non è nuova né insolita, essendo prassi quotidiana del comportamento umano andare a valutare gli eventi tramite l'esperienza. La complessità si rinviene allorquando nell'ambito delle probabilità occorra dimostrare che aumentando il numero delle osservazioni è possibile rinvenire l'effettiva proporzione tra casi relativi a determinati argomenti, fino a superare un certo grado di certezza (eventualmente fino alla certezza morale), oppure se si giunga ad un qualche grado di certezza che non è mai possibile superare per quanto si tenti di moltiplicare il numero delle osservazioni.

Supponiamo ad esempio che in un'urna vi siano 3000 sassolini bianchi e 2000 neri e che si proceda a valutare la loro proporzione attraverso l'osservazione, estraendo un sassolino alla volta e riponendolo quindi nuovamente nell'urna, così da non alterarne mai la composizione. Ci si chiede se è possibile proseguire questa operazione un numero (per quanto grande) di volte, tale che alla fine sia probabile ad un certo grado (ad esempio, $1 - \varepsilon$) che la proporzione osservata tra sassolini bianchi e neri rispetti proprio l'effettiva proporzione dell'urna, anziché un'altra diversa. Se non sarà così – conclude Bernoulli – fallisce il tentativo di esplorare il numero dei casi attraverso gli esperimenti; ma se sarà così, avremo trovato un modo per stimare a posteriori numero e proporzione dei casi. Ciò permetterà di guidare le nostre congetture in qualsiasi materia *contingente* della vita civile (dove il "moralmente certo" sta per l'assolutamente certo), non meno scientificamente che nel gioco dei dadi.[8]

Nell' *Ars Conjectandi* egli dimostra che, posta che l'effettiva proporzione dei casi relativi a un dato evento sia $\frac{r}{r+s}$ in base alle leggi dell'espansione del binomio,

---

[7] J. Bernoulli, *cit.* , p. 224

[8] M. G. Sandrini, *op. cit.* , p. 28